

105: Groupe de permutation d'un ensemble finio. Applio.

Plan:

I - Le groupe symétrique

a) Définition et première propriété [BER] Hm Tagley p. 177

- VIII 1.: def $S(E)$ + notation S_n + ex + $S(E) \simeq S(E')$ + ex + $|S(E)| = n!$ + def support + pte support + remarque: 2 permutations... [BER] p. 199-201

b) Décomposition en produit de cycles [BER]

- VIII 2.: Blatla sur action de $S(E)$ sur E donner les orbites, lien avec support... + remarque + def cycles + ex + notation $(a_1, \dots, a_p)$ + mettre remarque + Hm décomp. + ex p. 206-207 [BER]

c) Conséquences de cette décomposition [BER]

- VIII 2.: les 2 cas ($S(E)$ engendré...) + ord d'une permutation + remarque $2 \leq 2-1$ + permute conj ex... p. 206-209 [BER]
- VIII 3.: générateurs S_n p. 212-213 [BER]

II - Le groupe alterné

a) Signature [BER] [ROM]

- VIII 4.: $\epsilon: S \rightarrow \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ + def signature + prop $\epsilon(\sigma) = (-1)^{n-N(\sigma)}$ p. 213-214 [BER]
- $\epsilon(\sigma) = \pi$... p. 50 [ROM]

b) An et sa structure [BER]

- VIII 5.: def A_n + générateurs [BER]
- VII 5.: An simple ex... + sous groupes distingués S_n [BER] DEV1

III - Applications

a) Déterminant [GOU]

- 5.1: def formes multilinéaires + alternées + antisymétrique + rmq + Hm antisym ex... + antisymétrisation p. 190-191 [GOU]
- 5.2: 3! p.p. + def det + det mat. p. 191-192 [GOU]

b) Polyômes symétriques [ROM]

- Tout e.s.s.: def pol sym + pol sym élémentaire + Hm structure p. 37 [ROM]

c) Isométrie conservant une partie [ROM]

- 3.4.1: donner contacts du cube + dessin d'anneau + Hm 3.21 + Lemme 3.2 (rotation déterminée par...) + $Is(X) \simeq S_6 \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ p. 88-92 [ROM] DEV2
- 3.4.3: def grp dièdre D_n + Hm qui agit + rmq avec Cayley $D_{2n} \simeq \text{grp } S_{2n}$ p. 37 [ROM]

d) Matrices de permutations [ROM]

- 2.8.3: def P_σ + Hm + com (faire rmq avec Cayley) p. 56 [ROM]

Références:

- [BER]: Berkey, Algèbre grs combaut
- [ROM]: Romaldi, Alg. grs algèbre
- [GOU]: Goursat, Alg. probas.

Commentaires:

- Ne pas oublier Tagley au début.
- Expliquer prq An simple utile/rutile à Goursat pour non-réductibilité par radicaux ex. deg. S.)
- On peut ajouter isométrie tétraédrique (voir caract de degré en algèbre)
- III a) cf. 149.